


УТВЕРЖДАЮ

и.о. Директора ИДСТУ СО РАН
чл.-корр. РАН

 А.А. Толстоногов
6 марта 2017 г.

ОТЗЫВ

ведущей организации Федерального государственного бюджетного учреждения науки Института динамики систем и теории управления имени В.М. Матросова Сибирского отделения Российской академии наук на диссертацию Корнева Сергея Викторовича «Исследование некоторых классов дифференциальных уравнений и включений методами нелинейного анализа», представленную на соискание ученой степени доктора физико-математических наук по специальности 01.01.02 – дифференциальные уравнения, динамические системы и оптимальное управление

1. Актуальность темы диссертации

Возникнув первоначально как естественное обобщение понятия обыкновенного дифференциального уравнения, дифференциальные включения привлекают к себе все больший интерес исследователей благодаря своим многочисленным приложениям в самых различных разделах науки. В первую очередь, дифференциальные включения явились очень удобным аппаратом для описания управляемых систем и систем с разрывными характеристиками, что в середине прошлого столетия послужило мощным толчком к началу их всестороннего изучения.

В настоящее время дифференциальные включения образуют самостоятельную теорию, имеющую свои особенности и требующую принципиально новых методов исследования. Задачи о существовании периодических и ограниченных колебаний, а также задачи о качественном поведении колебаний для систем, описываемых дифференциальными включениями, безусловно, являются важными и актуальными, им посвящены многие работы ряда исследователей в России и за рубежом. Эти задачи естественным образом приводят к исследованию периодических решений, которые хотя и являются классическим объектом изучения в теории дифференциальных уравнений, в рамках теории дифференциальных включений требуют привлечения новых методов анализа (связанных, например, с отсутствием единственности решения и особенностями геометрической структуры множеств решений). Разработке методов такого рода и посвящена диссертационная работа С.В. Корнева.

2. Содержание диссертации

Основное содержание диссертации составляет разработка новых методов исследования задач о существовании и качественных свойствах периодических и ограниченных решений дифференциальных уравнений и

включений на основе развития теории топологической степени (вращения) для новых классов мультиполей.

Первая глава носит вводный характер. Базу предлагаемых в диссертации конструкций составляет распространение теории топологической степени на новые классы многозначных отображений. Для мультиполей, соответствующих этим новым классам многозначных отображений развивается и исследуется теория топологической степени в конечномерном и нормированном пространствах. Этот материал излагается во второй главе. Первый из исследованных классов составляют многозначные отображения, представимые в виде композиции аппроксимируемых мультиотображений и однозначных отображений. К ним относятся, помимо выпуклозначных полунепрерывных сверху мультиотображений, многозначные операторы сдвига по траекториям дифференциальных уравнений, не обладающих свойством единственности решения, и многозначные операторы сдвига по траекториям дифференциальных включений. Такого рода мультиоператоры естественно связаны с задачей о периодических решениях, поскольку их неподвижные точки соответствуют начальным значениям периодических траекторий. Второй рассматриваемый класс – это мультиотображения, обладающие непрерывными сечениями. Этот класс не менее богат, чем предыдущий. Достаточно отметить, например, что его представителями являются полунепрерывные снизу мультиотображения с замкнутыми выпуклыми или разложимыми значениями. Автором диссертации исследуются основные свойства введенных характеристик для каждого из рассматриваемых классов.

Развитые методы применены в третьей, четвертой и пятой главах к различным типам задач о нелинейных периодических колебаниях. Во-первых, рассмотрена задача о периодических решениях систем, описываемых дифференциальными включениями как с выпуклозначной правой частью, так и с правой частью, не обладающей свойством выпуклости значений. При ее исследовании получил глубокое развитие метод направляющих функций на заданном множестве, основы которого были заложены М.А. Красносельским и А.И. Перовым еще в шестидесятые годы прошлого века. Здесь же существенным преимуществом по сравнению с классическим подходом является возможность осуществлять проверку основного условия направляемости на области пространства, зависящей от самой направляющей функции.

Другим важным развитием метода направляющих функций, составившим целую главу диссертации, является метод многолистных направляющих функций. Несомненным достоинством этого метода является возможность проверки основного условия направляемости на области не всего пространства, а его подпространства меньшей размерности. При исследовании периодической задачи для дифференциальных включений, помимо метода строгой многолистной направляющей функции, вводится его более широкий случай: метод обобщенной многолистной направляющей функции. Не менее эффективным оказался и метод нескольких

многолистных направляющих функций. Применение комплекса этих методов позволило получить ряд существенно новых результатов о существовании периодических решений дифференциальных уравнений и включений.

В диссертации рассматривается также задача о периодических решениях систем, описываемых функционально-дифференциальными включениями как с выпуклозначной правой частью, так и с правой частью, не обладающей свойством выпуклости значений. При ее исследовании разработан метод интегральной направляющей функции, что позволило получить в диссертации ряд новых теорем о существовании периодических решений функционально-дифференциальных включений. В качестве примеров автор рассматривает разрешимость периодической задачи для дифференциальных включений с запаздыванием, полулинейных и градиентных дифференциальных включений.

Еще одним актуальным типом задач, рассматриваемым в диссертации, является исследование асимптотического поведения решений дифференциальных и функционально-дифференциальных включений различных классов. Разработанные в диссертации методы позволяют получить существенно новые оценки норм траекторий соответствующих дифференциальных включений.

Завершается ряд рассматриваемых в диссертации проблем задачей о бифуркации периодических решений дифференциальных включений. Для ее решения предлагается новый подход на основе понятия многолистной направляющей функции, позволяющий значительно облегчить нахождение ключевой характеристики данной задачи – бифуркационного индекса.

3. Степень новизны результатов диссертации

Все основные результаты диссертации, изложенные в главах 2-5, являются новыми. К ним относятся развитие теории топологической степени новых мультиполей, построение и исследование новых классов направляющих функций, получение достаточных условий существования периодических решений дифференциальных уравнений и включений, исследование задач об асимптотическом поведении решений дифференциальных и функционально-дифференциальных включений. Новизна полученных в диссертации С.В. Корнева результатов заключается не только в том, что для случая дифференциальных включений разработан целый комплекс методов на основе направляющих функций (на заданном множестве, интегральных и многолистных), но и в том, что они были обобщены на случай негладких направляющих потенциалов. Следует отметить также, что большая часть результатов, полученных в диссертационной работе для дифференциальных включений, является новой и для теории дифференциальных уравнений.

4. Достоверность результатов

Все утверждения и положения диссертации снабжены математическим обоснованием и достоверны. Известные результаты и сведения, которые необходимы для изложения выполненной работы, снабжены соответствующими ссылками.

5. Научная и практическая значимость

Работа носит теоретический характер. Ее результаты могут применяться в научных исследованиях по теории дифференциальных и функционально-дифференциальных включений, теории управления и оптимизации, теории игр по многозначному анализу. Практическая значимость состоит в возможности использования результатов диссертации для исследования математических моделей систем управления, в том числе при наличии в них разрывных характеристик и запаздывания.

6. Замечания

К тексту диссертации имеется несколько замечаний.

1) Не рассмотрены конкретные модели, на которых была бы продемонстрирована эффективность предложенных новых методов.

2) Список литературы (особенно иностранной) не достаточно полно отражает современное состояние теории периодических решений дифференциальных включений.

3) В автореферате и диссертации отдельным пунктом не выделены основные результаты, выносимые на защиту, имеется лишь обширный список решенных задач в разделе «Научная новизна».

4) В работе не представлено сравнение предлагаемых методов с другими подходами.

Отмеченные недочеты не снижают общего хорошего впечатления о диссертации в целом. В ней поставлены и решены новыми методами задачи о существовании и качественных свойствах периодических и ограниченных решений дифференциальных уравнений и включений на основе развития теории топологической степени для новых классов мультиполей.

7. Рекомендации по использованию результатов

Результаты диссертации могут использоваться в исследованиях, проводящихся в Воронежском государственном университете, Институте динамики систем и теории управления имени В.М. Матросова СО РАН, Институте математики и механики им. Н.Н. Красовского УрО РАН, Кубанском государственном университете, Липецком государственном техническом университете, Московском государственном университете им. М.В. Ломоносова, Новосибирском государственном университете, Российском университете дружбы народов, Тамбовском государственном университете им. Г.Р. Державина, Удмуртском государственном университете, Уральском федеральном университете им. первого Президента России Б.Н. Ельцина.

8. Выводы

Все основные результаты диссертации являются новыми, оригинальными, представляют собой существенный вклад в методы исследования дифференциальных уравнений и включений.

Диссертация в целом ясно и аккуратно написана; она демонстрирует высокую квалификацию и хорошее математическое образование автора. Изложенные в ней результаты полностью доказаны и своевременно опубликованы в научной печати, в том числе в журналах, входящих в перечень рецензируемых журналов и изданий, рекомендованный ВАК РФ. Работа прошла полноценную апробацию на многих семинарах и конференциях международного уровня.

Диссертация соответствует специальности 01.01.02 – дифференциальные уравнения, динамические системы и оптимальное управление. Автореферат правильно и полно отражает содержание диссертации.

Таким образом, диссертация «Исследование некоторых классов дифференциальных уравнений и включений методами нелинейного анализа» удовлетворяет всем требованиям, предъявляемым ВАК РФ к докторским диссертациям, в том числе п. 9 Положения о присуждении ученых степеней, а ее автор заслуживает присуждения ему ученой степени доктора физико-математических наук по специальности 01.01.02 – дифференциальные уравнения, динамические системы и оптимальное управление.

Отзыв обсужден и утвержден на заседании Объединенного семинара ИДСТУ СО РАН, протокол № 1 от 6 марта 2017 года.


Отзыв составил
главный научный сотрудник
лаборатории математических методов
анализа свойств динамических систем
доктор физико-математических наук,
старший научный сотрудник

 Финогенко И. А.

664033, Иркутская область, г. Иркутск, ул. Лермонтова, д. 134
Email: fin@icc.ru, тел. (3952) 453051

Председатель заседания Объединенного семинара ИДСТУ СО РАН,
доктор физико-математических наук, профессор




Подписи заверяю
Нач. отдела делопроизводства
и организационного обеспечения
ИДСТУ СО РАН


Г. Б. Кононенко

06.03.2017

Дыхта В.А.